

说明：选修课考卷任务必填写本课堂的课序号及学号。

线
订
装

《高等数学 II》

(考试时长: 100 分钟)

一、填空题 (每小题 3 分, 共 30 分)

- $\int_{-1}^1 \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 过点 $A(2, 3, 1)$, 且平行于 yoZ 坐标平面的平面方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xye^x}{4 - \sqrt{16 + xy}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 设 $z = xe^{x+y} + (x+1)\ln(1+y)$, 则 $dz|_{(1,0)} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 当 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+c}{x-c} \right)^x = \int_{-\infty}^c te^{2t} dt$.
- 交换二次积分的积分次序 $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 要使级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n^2 - 1}}{n^p}$ 收敛, 实数 p 必须满足条件 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 微分方程 $3xy^{(4)} + x(y')^2 - 4x^3 = 0$ 的阶数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^3}$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、求下列偏导数与全微分 (每小题 6 分, 共 30 分)

- 设二元函数 $z = x^y + \ln(xy)$, $(x > 0, y > 0)$, 求 $z'_x|_{(1,2)}, z''_{xy}|_{(1,2)}$.
- 设 $z = \int_0^{xy^2} e^{t^2} dt$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

3. 设 $z = e^{uv}, u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}, v = \arctan \frac{y}{x}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

4. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $yz = \arctan(xz)$ 确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

5. 设 $f(u)$ 可导, $z = \frac{1}{x} f(xy) + yf(x+y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

三、计算下列二重积分 (每小题 5 分, 共 10 分)

- $\iint_D e^{-y^2} dx dy$, 其中 D 是由直线 $x=0, y=1$ 及 $y=x$ 所围成的区域.
- $\iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$, 其中 D 是由 $\pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2$ 所围成的区域.

四、解答题 (每小题 6 分, 共 30 分)

- 求由曲线 $y = x^3, x=0, y=1$ 所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所得到的旋转体的体积.
- 求二元函数 $f(x, y) = y^3 - x^2 + 6x - 12y + 5$ 的极值.
- 将 $f(x) = e^x$ 展开成 $x-1$ 的幂级数, 并写出收敛域.
- 求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)}{n} x^n$ 的收敛域及其和函数.
- 求微分方程 $y' - \frac{2}{x+1} y = (x+1)^4$ 的通解.

