2018 年全国硕士研究生招生考试试题

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 4 分,共 32 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.)

(1) 若 $\lim\limits_{x\to 0}(e^x+ax^2+bx)^{\frac{1}{x^2}}=1$,则(　　)

(A) $a=\frac{1}{2},b=-1$.　　(B) $a=-\frac{1}{2},b=-1$.

(C) $a=\frac{1}{2},b=1$.　　(D) $a=-\frac{1}{2},b=1$.

(2) 下列函数中,在 $x=0$ 处不可导的是(　　)

(A) $f(x)=|x|\sin|x|$.　　(B) $f(x)=|x|\sin\sqrt{|x|}$.

(C) $f(x)=\cos|x|$.　　(D) $f(x)=\cos\sqrt{|x|}$.

(3) 设函数 $f(x)=\begin{cases}-1, & x<0,\\ 1, & x\geqslant 0,\end{cases}$ $g(x)=\begin{cases}2-ax, & x\leqslant -1,\\ x, & -1<x<0,\\ x-b, & x\geqslant 0.\end{cases}$ 若 $f(x)+g(x)$ 在 **R** 上连续,则(　　)

(A) $a=3,b=1$.　　(B) $a=3,b=2$.

(C) $a=-3,b=1$.　　(D) $a=-3,b=2$.

(4) 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上二阶可导,且 $\int_0^1 f(x)\,dx=0$,则(　　)

(A) 当 $f'(x)<0$ 时, $f\left(\frac{1}{2}\right)<0$.　　(B) 当 $f''(x)<0$ 时, $f\left(\frac{1}{2}\right)<0$.

(C) 当 $f'(x)>0$ 时, $f\left(\frac{1}{2}\right)<0$.　　(D) 当 $f''(x)>0$ 时, $f\left(\frac{1}{2}\right)<0$.

(5) 设 $M=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1+x)^2}{1+x^2}dx$, $N=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+x}{e^x}dx$, $K=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\sqrt{\cos x})dx$,则(　　)

(A) $M>N>K$.　　(B) $M>K>N$.

(C) $K>M>N$.　　(D) $K>N>M$.

(6) $\int_{-1}^{0}dx\int_{-x}^{2-x^2}(1-xy)dy+\int_0^1 dx\int_x^{2-x^2}(1-xy)dy=$ (　　)

(A) $\frac{5}{3}$.　　(B) $\frac{5}{6}$.　　(C) $\frac{7}{3}$.　　(D) $\frac{7}{6}$.

(7) 下列矩阵中,与矩阵 $\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$ 相似的为(　　)

(A) $\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$.　　(B) $\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$.

(C) $\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.　　(D) $\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

(8) 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 为 n 阶矩阵，记 $r(\boldsymbol{X})$ 为矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的秩，$(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})$ 表示分块矩阵，则(　　)

(A) $r(\boldsymbol{A},\boldsymbol{AB})=r(\boldsymbol{A})$.　　(B) $r(\boldsymbol{A},\boldsymbol{BA})=r(\boldsymbol{A})$.

(C) $r(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})=\max\{r(\boldsymbol{A}),r(\boldsymbol{B})\}$.　　(D) $r(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})=r(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}})$.

二、填空题(本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分，把答案填在题中横线上.)

(9) $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2[\arctan(x+1)-\arctan x]=$______.

(10) 曲线 $y=x^2+2\ln x$ 在其拐点处的切线方程是______.

(11) $\int_5^{+\infty}\frac{1}{x^2-4x+3}\mathrm{d}x=$______.

(12) 曲线 $\begin{cases}x=\cos^3 t,\\ y=\sin^3 t\end{cases}$ 在 $t=\frac{\pi}{4}$ 对应点处的曲率为______.

(13) 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\ln z+\mathrm{e}^{z-1}=xy$ 确定，则 $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(2,\frac{1}{2})}=$______.

(14) 设 $\boldsymbol{A}$ 为3阶矩阵，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 为线性无关的向量组. 若 $\boldsymbol{A\alpha}_1=2\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$, $\boldsymbol{A\alpha}_2=\boldsymbol{\alpha}_2+2\boldsymbol{\alpha}_3$, $\boldsymbol{A\alpha}_3=-\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$，则 $\boldsymbol{A}$ 的实特征值为______.

三、解答题(本题共 9 小题，共 94 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

(15) (本题满分 10 分)

求不定积分 $\int \mathrm{e}^{2x}\arctan\sqrt{\mathrm{e}^x-1}\,\mathrm{d}x$.

(16) (本题满分 10 分)

已知连续函数 $f(x)$ 满足 $\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t+\int_0^x tf(x-t)\,\mathrm{d}t=ax^2$.

(Ⅰ) 求 $f(x)$;

(Ⅱ) 若 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的平均值为 1，求 a 的值.

(17)(本题满分 10 分)

设平面区域 D 由曲线 $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ 与 x 轴围成，计算二重积分 $\iint\limits_D (x + 2y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

(18)(本题满分 10 分)

已知常数 $k \geqslant \ln 2 - 1$. 证明:$(x - 1)(x - \ln^2 x + 2k\ln x - 1) \geqslant 0$.

(19)(本题满分 10 分)

将长为 2m 的铁丝分成三段,依次围成圆、正方形与正三角形. 三个图形的面积之和是否存在最小值?若存在,求出最小值.

(20)(本题满分 11 分)

已知曲线 $L: y = \frac{4}{9}x^2 (x \geqslant 0)$,点 $O(0,0)$,点 $A(0,1)$. 设 P 是 L 上的动点,S 是直线 OA 与直线 AP 及曲线 L 所围图形的面积. 若 P 运动到点$(3,4)$时沿 x 轴正向的速度是4,求此时 S 关于时间 t 的变化率.

(21)(本题满分 11 分)

设数列$\{x_n\}$满足:$x_1>0$,$x_n e^{x_{n+1}}=e^{x_n}-1(n=1,2,\cdots)$.证明$\{x_n\}$收敛,并求$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

(22)(本题满分 11 分)

设实二次型$f(x_1,x_2,x_3)=(x_1-x_2+x_3)^2+(x_2+x_3)^2+(x_1+ax_3)^2$,其中$a$是参数.

(Ⅰ)求$f(x_1,x_2,x_3)=0$的解;

(Ⅱ)求$f(x_1,x_2,x_3)$的规范形.

(23)(本题满分 11 分)

已知a是常数,且矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&2&a\\1&3&0\\2&7&-a\end{pmatrix}$可经初等列变换化为矩阵$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&a&2\\0&1&1\\-1&1&1\end{pmatrix}$.

(Ⅰ)求a;

(Ⅱ)求满足$\boldsymbol{AP}=\boldsymbol{B}$的可逆矩阵$\boldsymbol{P}$.

2018

1■8　4　32 .

, .

1 $\lim_{x\to 0}(e^x \quad ax^2 \quad bx)^{\frac{1}{x^2}} \quad 1$

(A) $a \quad \frac{1}{2}, b \quad 1$ (B) $a \quad \frac{1}{2}, b \quad 1$ (C) $a \quad \frac{1}{2}, b \quad 1$ (D) $a \quad \frac{1}{2}, b \quad 1$

B

$$\lim_{x\to 0}[1 \quad (e^x \quad ax^2 \quad bx \quad 1)]^{\frac{1}{e^x \quad ax^2 \quad bx \quad 1}\frac{e^x \quad ax^2 \quad bx \quad 1}{x^2}}$$

$$e^{\lim_{x\to 0}\frac{e^x \quad ax^2 \quad bx \quad 1}{x^2}} \quad e^{\lim_{x\to 0}\frac{e^x \quad 2ax \quad b}{2x}} \quad 1 \qquad \lim_{x\to 0}(e^x \quad 2ax \quad b) \quad 1 \quad b \quad 0 \qquad b \quad 1$$

$$e^{\lim_{x\to 0}\frac{e^x \quad 2ax \quad 1}{2x}} \quad e^{\lim_{x\to 0}\frac{e^x \quad 2a}{2}} \quad e^{\frac{1 \quad 2a}{2}} \quad 1 \qquad \frac{1 \quad 2a}{2} \quad 0 \qquad a \quad \frac{1}{2}.$$

2 $x \quad 0$

(A) $f(x) \quad |x|\sin|x|$ (B) $f(x) \quad |x|\sin\sqrt{|x|}$

(C) $f(x) \quad \cos|x|$ (D) $f(x) \quad \cos\sqrt{|x|}$

D

$$f'(0) \quad \lim_{x\to 0}\frac{f(x) \quad f(0)}{x}$$

A $f'(0) \quad \lim_{x\to 0}\frac{|x|\sin|x|}{x} \quad 0$ B $f'(0) \quad \lim_{x\to 0}\frac{|x|\sin\sqrt{|x|}}{x} \quad 0$

C $f'(0) \quad \lim_{x \quad 0}\frac{\cos|x| \quad 1}{x} \quad \lim_{x \quad 0}\frac{\frac{1}{2}|x|^2}{x} \quad 0$

D $f'(0) \quad \lim_{x \quad 0}\frac{\cos\sqrt{|x|} \quad 1}{x} \quad \lim_{x \quad 0}\frac{\frac{1}{2}|x|}{x}$ D

3 $f(x) \begin{cases} 1, x \quad 0 \\ 1, \quad x \ge 0 \end{cases}$ $g(x) \begin{cases} 2 \quad ax, x \le 1 \\ x, \quad 1 \quad x \quad 0 \\ x \quad b, x \quad 0 \end{cases}$ $f(x) \quad g(x) \quad R$

(A) $a \quad 3, b \quad 1$ (B) $a \quad 3, b \quad 2$ (C) $a \quad 3, b \quad 1$ (D) $a \quad 3, b \quad 2$

D

$$f(x)\quad g(x) = \begin{cases} 1 \quad ax, x \le 1 \\ x \quad 1, \ 1 \quad x \quad 0 \\ x \quad 1 \quad b, x \ge 0 \end{cases} \quad R$$

$\lim_{x \to 1} (1 \quad ax) \quad 1 \quad a \qquad \lim_{x \to 1} (x \quad 1) \quad 2 \Rightarrow a \quad 3$

$\lim_{x \to 0} (x \quad 1) \quad 1 \qquad \lim_{x \to 0} (x \quad 1 \quad b) \quad 1 \quad b \Rightarrow b \quad 2.$

4 $\quad f(x) \quad [0,1] \qquad \int_0^1 f(x)dx \quad 0$

(A) $f'(x) \quad 0 \qquad f(\frac{1}{2}) \quad 0$ (B) $f''(x) \quad 0 \qquad f(\frac{1}{2}) \quad 0$

(C) $f'(x) > 0 \qquad f(\frac{1}{2}) \quad 0$ (D) $f''(x) > 0 \qquad f(\frac{1}{2}) \quad 0$

D

$f(x) \quad x \quad \frac{1}{2} \qquad f(x) \quad \frac{1}{2} \quad x$ A C

$$f(x) \quad f(\frac{1}{2}) \quad f'(\frac{1}{2})(x \quad \frac{1}{2}) \quad \frac{f''(\xi)}{2!}(x \quad \frac{1}{2})^2$$

$f''(x) > 0 \qquad f(x) > f(\frac{1}{2}) \quad f'(\frac{1}{2})(x \quad \frac{1}{2})$

$$\int_0^1 f(x)dx > \int_0^1 \left[f(\frac{1}{2}) \quad f'(\frac{1}{2})(x \quad \frac{1}{2}) \right] dx \quad f(\frac{1}{2})$$ D.

5 $\quad M \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 \quad x)^2}{1 \quad x^2} dx \quad N \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 \quad x}{e^x} dx \quad K \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 \quad \sqrt{\cos x}) dx$

(A) $M \quad N > K$ (B) $M \quad K > N$ (C) $K \quad M > N$ (D) $K \quad N > M$

C

$$M \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 \quad x)^2}{1 \quad x^2} dx \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(1 \quad \frac{2x}{1 \quad x^2}\right) dx \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 1 dx$$

$$e^x \quad 1 > x \qquad N \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 \quad x}{e^x} dx \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 1 dx$$

$$1 \quad \sqrt{\cos x} \quad 1 \qquad K \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 \quad \sqrt{\cos x}) dx > \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 1 dx \qquad K \quad M > N$$ C.

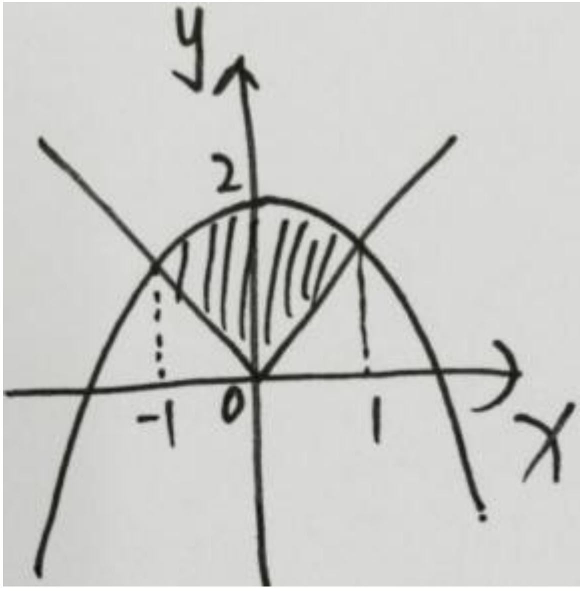
6 $\quad \int_1^0 dx \int_x^{2 \quad x^2} (1 \quad xy) dy \quad \int_0^1 dx \int_x^{2 \quad x^2} (1 \quad xy) dy$

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{7}{3}$ (D) $\frac{7}{6}$

C

$D \quad \{(x,y) \mid 1\, d\, x \; d0, \; x \; dy \; 2 \; x^2\}$ [redacted] $x d \; 1 dx \; yd \; 2\, d\, x^2\}$

$xy \quad x \qquad 1 \quad x$



$\int_{-1}^{0} dx \int_{x}^{2-x^2} (1 \quad xy)dy \quad \int_{0}^{1} dx \int_{x}^{2-x^2} (1 \quad xy)dy$

$2 \int_{0}^{1} dx \int_{x}^{2-x^2} 1 dy \quad 2 \int_{0}^{1} (2 \quad x^2 \quad x)dx$

$2(2x \quad \frac{1}{3}x^3 \quad \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 \quad \frac{7}{3}.$

7 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

A

$P \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad P^{1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$P^{1}AP \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ A.

8 $A \quad B \quad n \qquad r(X) \qquad X \qquad (X,Y)$

(A) $r(A, AB) \quad r(A)$ (B) $r(A, BA) \quad r(A)$

(C) $r(A, B) \quad \max\{r(A), r(B)\}$ (D) $r(A, B) \quad r(A^T, B^T)$

A

C B $A=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0&0\\1&2\end{pmatrix}$ $BA=\begin{pmatrix}0&0\\3&3\end{pmatrix}$,

$(A,BA)=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&1&1&2\end{pmatrix}$ $r(A,BA)=2, r(A)=1$

D $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}$

$(A,B)=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix}$ $(A^T,B^T)=\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$ $r(A,B)=2, r(A^T,B^T)=1$

A $(A,AB)=A(E,B)$ $r(E,B)=n$ $r(A)=r[A(E,B)]$

$r(A,AB)=r(A)$

9■14 4 , 24 . .

9 $\lim\limits_{x\to\infty} x^2[\arctan(x+1)-\arctan x]=$ ______.

1

$f'(\xi)(x+1-x)$ $\arctan(x+1)-\arctan x=\frac{1}{1+\xi^2}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+\xi^2}=1$.

10 $y=x^2+2\ln x$ ______.

$y=4x-3$

$f'(x)=2x+\frac{2}{x}$ $f''(x)=2-\frac{2}{x^2}=0$ $x=1$ $(1,1)$

$f'(1)=4$ $y-1=4(x-1)$ $y=4x-3$.

11 $\int_5^{+\infty}\frac{1}{x^2-4x+3}dx=$ ______.

$\frac{1}{2}\ln 2$

$\int_5^{+\infty}\frac{1}{x^2-4x+3}dx=\frac{1}{2}\int_5^{+\infty}(\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-1})dx=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x-1}\right|_5^{+\infty}=\frac{1}{2}\ln 2$.

12 $\begin{cases} x \quad \cos^3 t \\ y \quad \sin^3 t \end{cases}$ $t \quad \frac{\pi}{4}$ ____________.

$\frac{2}{3}$

$\frac{dy}{dx} \quad \frac{3\sin^2 t\cos t}{3\cos^2 t(\quad \sin t)} \quad \tan t \quad \frac{d^2y}{dx^2} \quad \frac{\sec^2 t}{3\cos^2 t(\quad \sin t)} \quad \frac{1}{3\cos^4 t\sin t}$

$t \quad \frac{\pi}{4} \quad \frac{dy}{dx} \quad 1, \frac{d^2y}{dx^2} \quad \frac{4\sqrt{2}}{3}$

$k \quad \frac{|y''|}{[1 \quad (y')^2]^{\frac{3}{2}}} \quad \frac{2}{3}$.

13 $z \quad z(x,y)$ $\ln z \quad e^{z \quad 1} \quad xy$ $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(2,\frac{1}{2})}$ ____________.

$\frac{1}{4}$

$x \quad 2, y \quad \frac{1}{2} \quad z \quad 1$

$F(x,y,z) \quad \ln z \quad e^{z \quad 1} \quad xy$

$F_x \quad y, F'_z \quad \frac{1}{z} \quad e^{z \quad 1} \quad \frac{z}{x} \quad \frac{y}{\frac{1}{z} \quad e^{z \quad 1}}, \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(2,\frac{1}{2})} \quad \frac{1}{4}$.

14 $A \quad 3$ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ $A\alpha_1 \quad 2\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3$

$A\alpha_2 \quad \alpha_2 \quad 2\alpha_3, A\alpha_3 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3$ $|A|$ ____________.

2

$A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (A\alpha_1, A\alpha_2, A\alpha_3) \quad (\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3, \alpha_1 \quad \alpha_3) \quad (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \quad P$ $P^{-1}AP \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$|A| \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad 2.$$

15 23 94 . .

.

15 10

$$e^{2x} \arctan \sqrt{e^x \quad 1} dx .$$

$$\frac{1}{2} \quad \arctan \sqrt{e^x \quad 1} de^{2x} \quad \frac{1}{2}(e^{2x} \arctan \sqrt{e^x \quad 1} \quad \frac{e^{2x}}{2\sqrt{e^x \quad 1}} dx)$$

$$\frac{1}{2}[e^{2x} \arctan \sqrt{e^x \quad 1} \quad \frac{1}{3}(\sqrt{e^x \quad 1})^3 \quad \sqrt{e^x \quad 1}] \quad C$$

16 10

$$f(x) \quad \int_0^x f(t)dt \quad \int_0^x tf(x \quad t)dt \quad ax^2$$

1 $f(x)$

2 $f(x)$ [0,1] 1 a .

1 $f(x) \quad 2a(1 \quad e^{x})$ 2 $a \quad \frac{e}{2}$.

$$\int_0^x f(t)dt \quad \int_0^x tf(x \quad t)dt \quad \int_0^x f(t)dt \quad \int_0^x (x \quad u) f(u)du \quad ax^2$$

$$\int_0^x f(t)dt \quad x \int_0^x f(u)du \quad \int_0^x uf(u)du \quad ax^2$$

$$f(x) \quad \int_0^x f(u)du \quad xf(x) \quad xf(x) \quad 2ax$$

$$f(x) \quad \int_0^x f(u)du \quad 2ax$$

$$F(x) \quad \int_0^x f(u)du \qquad F'(x) \quad f(x) \quad F(0) \quad 0$$

$$F'(x) \quad F(x) \quad 2ax$$

$$F(x) \quad e^{dx}[\quad 2axe^{dx} dx \quad C] \quad 2ax \quad 2a \quad Ce^{x}$$

$$F(0) \quad 0 \quad C \quad 2a \qquad F(x) \quad 2ax \quad 2a \quad 2ae^{x}$$

$$f(x) \quad F'(x) \quad 2a(1 \quad e^{x}).$$

17 10

D $\begin{cases} x & t \quad \sin t \\ y & 1 \quad \cos t \end{cases}$ $0 \quad t d \ 2S$ x $\underset{D}{3}(3x \quad 2y)dxdy$.

$3 \ ^2 \quad 5S$.

$\overset{2S}{\underset{0}{3}} dx \overset{M(x)}{\underset{0}{3}} (x \quad 2y)dy \quad \overset{2S}{\underset{0}{3}} [x \ (x) \ M^2(x)]dx$

$x \quad t \quad \sin t, y \quad 1 \quad \cos t$

$\overset{2S}{\underset{0}{3}} [(t \quad \sin t)(1 \quad \cos t) \quad (1 \quad \cos t)^2] d(t \quad \sin t)$

$\overset{2}{\underset{0}{}} (t \quad \sin t)(1 \quad \cos t)^2 dt \quad \overset{2S}{\underset{0}{3}} (1 \quad \cos t)^3 dt \quad 3 \ ^2 \quad 5S$.

18 **10**

$k \quad \ln 2 t \ 1.$ $(x \quad 1)(x \quad \ln^2 x \quad 2k \ln x \quad 1) \ t \ 0$ $x \ ! 0$.

$0 \quad x \quad 1$ $x \quad 1 \quad 0$ $x \quad \ln^2 x \quad 2k \ln x \quad 1 \ d 0$

$f(x) \quad x \quad \ln^2 x \quad 2k \ln x \quad 1$ $f(x) \quad \dfrac{x \quad 2\ln x \quad 2k}{x}, 0 \quad x \quad 1$

$g(x) \quad x \quad 2\ln x \quad 2k, 0 \quad x \quad 1$ $g(x) \quad 1 \quad \dfrac{2}{x} \quad 0$

$g(x)$ $g(x) \ ! g(1) \quad 1 \quad 2k \ t \ 1 \quad 2(\ln 2 \quad 1) \quad 2\ln 2 \quad 1 ! \ 0$

$f(x) \ ! 0$ $f(x)$ $f(x) \quad f(1) d \quad 0$

$x \quad 1$

$x \ ! 1$ $x \quad 1 \quad 0$ $x \quad \ln^2 x \quad 2k \ln x \quad 1 \ t \ 0$

$f(x) \quad x \quad \ln^2 x \quad 2k \ln x \quad 1$ $f(x) \quad \dfrac{x \quad 2\ln x \quad 2k}{x}, x \quad 1$

$g(x) \quad x \quad 2\ln x \quad 2k, x \ ! 1$ $g(x) \quad 1 \quad \dfrac{2}{x} \begin{cases} 0, 1 \quad x \quad 2 \\ 0, x ! \quad 2 \end{cases}$

$g(x) \ t \ g(2) \quad 2 \quad 2\ln 2 \quad 2k \ t \ 2 \quad 2\ln 2 \quad 2(\ln 2 \quad 1) \quad 0$

$f(x) \ ! 0$ $f(x)$ $f(x) \quad f(1) t \quad 0$

.

19 **10**

2m

.

$S_{\min} \quad \dfrac{1}{\pi \;\; 4 \;\; 3\sqrt{3}}$

$x, y, z \qquad x \quad y \quad z \quad 2 \qquad \dfrac{x}{2\pi}$

$\dfrac{y}{3} \qquad \dfrac{z}{4}$.

$$S \quad \pi(\frac{x}{2})^2 \quad \frac{\sqrt{3}}{4}(\frac{y}{3})^2 \quad (\frac{z}{4})^2 \quad \frac{x^2}{4\pi} \quad \frac{\sqrt{3}y^2}{36} \quad \frac{z^2}{16}$$

$$S \quad \frac{x^2}{4\pi} \quad \frac{\sqrt{3}y^2}{36} \quad \frac{z^2}{16} \qquad x \quad y \quad z \quad 2$$

$$F \quad \frac{x^2}{4\pi} \quad \frac{\sqrt{3}y^2}{36} \quad \frac{z^2}{16} \quad \lambda(x \quad y \quad z \quad 2)$$

$$\begin{cases} F_x' \quad \dfrac{x}{2\pi} \quad \lambda \;\; 0 \\ F_y' \quad \dfrac{y}{6\sqrt{3}} \quad \lambda \;\; 0 \\ F_z' \quad \dfrac{z}{8} \quad \lambda \;\; 0 \\ F_\lambda' \quad x \quad y \quad z \quad 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \quad \dfrac{4\pi}{2\pi \;\; 8 \;\; 6\sqrt{3}} \\ y \quad \dfrac{12\sqrt{3}}{2\pi \;\; 8 \;\; 6\sqrt{3}} \\ z \quad \dfrac{16}{2\pi \;\; 8 \;\; 6\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$S_{\min} \quad \frac{1}{\pi \;\; 4 \;\; 3\sqrt{3}}.$$

20 **11**

$L: y \quad \dfrac{4}{9}x^2(x \quad 0) \qquad O(0,0) \qquad A(0,1)$. $P \quad L \qquad S \qquad OA \qquad AP$

L . P $(3,4)$ x 4 S t .

10.

$t \qquad P \qquad (x(t), \dfrac{4}{9}x^2(t))$

$$S(t) \quad \frac{1}{2}[1 \quad \frac{4}{9}x^2(t)]x(t) \quad \int_0^{x(t)} \frac{4}{9}u^2 du \quad \frac{x(t)}{2} \quad \frac{2}{27}x^3(t)$$

$$S'(t) \quad \frac{1}{2}x'(t) \quad \frac{2}{9}x^2(t)x'(t)$$

$$x(t) \quad 3 \qquad x'(t) \quad 4 \qquad S'(t)\big|_{x\;3} \quad 10.$$

21 **11**

$\{x_n\} \qquad x_1 > 0, x_n e^{x_{n+1}} \quad e^{x_n} \quad 1 (n \quad 1, 2,$ [redacted]. $\{x_n\} \qquad \lim\limits_{n \to \infty} x_n$.

$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$

$\{x_n\}$ 0

$x_1 \to 0$ $x_k \to 0$ $x \to 0$ $e^x - 1 \to x \to 0$ $x_{k+1} = \ln\dfrac{e^{x_k}-1}{x_k} \to \ln 1 = 0$

$\{x_n\}$ 0

$$e^{x_{n+1}} = \frac{e^{x_n}-1}{x_n} = \frac{e^{x_n}-e^0}{x_n} = e^{\xi}(0<\xi<x_n)$$

$x_{n+1} = \xi < x_n$ $\{x_n\}$ $\{x_n\}$

$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A$ $x_n e^{x_{n+1}} = e^{x_n} - 1$ $Ae^A = e^A - 1$ $A = 0$.

22 **11**

$$f(x_1,x_2,x_3) = (x_1 - x_2 + x_3)^2 + (x_2 + x_3)^2 + (x_1 + ax_3)^2 \quad a \quad .$$

1 $f(x_1,x_2,x_3) = 0$

2 $f(x_1,x_2,x_3)$.

1 $a = 2$ $x = k(2,1,-1)^T, k \in R$

$a \neq 2$ $x_1 = x_2 = x_3 = 0$

2 $a = 2$ $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$

$a \neq 2$ $y_1^2 + y_2^2$

1 $f(x_1,x_2,x_3) = 0$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + ax_3 = 0 \end{cases}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a-2 \end{pmatrix}$$

$a \neq 2$ $r(A) = 3$ $x_1 = x_2 = x_3 = 0$

$a = 2$ $r(A) = 2$ $x = k(2,1,-1)^T, k \in R$

2 1 $a \neq 2$ A

$$\begin{cases} y_1 \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \\ y_2 \quad x_2 \quad x_3 \\ y_3 \quad x_1 \quad ax_3 \end{cases} \qquad Y \quad AX \qquad\qquad f \quad y_1^2 \quad y_2^2 \quad y_3^2$$

$a \quad 2 \qquad r(A) \quad 2$

$$|\ E \quad A| \begin{vmatrix} O\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & O\ \ 1 & 1 \\ 1 & 0 & O\ 2 \end{vmatrix} \ 0 \qquad\qquad {}_1\ O\ {}_2 \quad 2 \quad O_3 \quad 0$$

$2 \qquad\qquad 0 \qquad\qquad y_1^2 \quad y_2^2.$

23 **11**

$$a \qquad A \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & a \end{pmatrix} \qquad\qquad B \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1 a

2 $AP \quad B \qquad P$.

1 $a \quad 2$

$$2 \quad P \begin{pmatrix} 6k_1 \quad 3 & 6k_2 \quad 4 & 6k_3 \quad 4 \\ 2k_1 \quad 1 & 2k_2 \quad 1 & 2k_3 \quad 1 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{pmatrix} \qquad k_1, k_2, k_3 \qquad k_2 \ \ z k_3.$$

1 $r(A) \quad r(B)$

$$A \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & a \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 3 & 3a \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 \quad a & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \quad a \end{pmatrix}$$

$2 \quad a \quad 0 \qquad a \quad 2$

$$2 \quad (A, B) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 7 & 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 & 3 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$AX \quad B \qquad X \begin{pmatrix} 6k_1 \quad 3 & 6k_2 \quad 4 & 6k_3 \quad 4 \\ 2k_1 \quad 1 & 2k_2 \quad 1 & 2k_3 \quad 1 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{pmatrix}$$

$\left|X\right| z 0$ k_2 $z k_3$ X

$$P \quad \begin{matrix} 6k_1 \quad 3 & 6k_2 \quad 4 & 6k_3 \quad 4 \\ 2k_1 \quad 1 & 2k_2 \quad 1 & 2k_3 \quad 1 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{matrix}$$ k_1, k_2, k_3 k_2 $z k_3$.